Uppgift B 3.38

Vi skall beräkna

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1+2+\cdots+n}{n+5}-\frac{n}{2}\right).$$

Täljaren

$$1+2+\cdots+n=\frac{1}{2}(1+n)\cdot n$$

är en aritmetisk summa, och därmed lika med medelvärdet av första och sista termen gånger antalet termer. Därför har vi

$$\frac{1+2+\cdots+n}{n+5}-\frac{n}{2}=\frac{\frac{1}{2}(1+n)\cdot n}{n+5}-\frac{n}{2}=\frac{\frac{1}{2}n+\frac{1}{2}n^2}{n+5}-\frac{n}{2}=\frac{n+n^2}{2(n+5)}-\frac{n(n+5)}{2(n+5)}=\frac{-4n}{2(n+5)}=$$
$$=\frac{-4}{2+\frac{10}{n}}\to-\frac{4}{2}=-2$$

då $n\to\infty$.