

Uppgift P 2.57

Vi skall bestämma $u + v$ då $\tan u = 2$, $\tan v = 3$ och $0 < u, v < \pi/2$.

Lösning: Vi bestämmer först $\tan(u + v)$. Sedan kan vi lista ut vad $u + v$ är. Med hjälp av tangens summaformel¹ erhåller vi

$$\tan(u + v) = \frac{\tan u + \tan v}{1 - \tan u \tan v} = \frac{2 + 3}{1 - 2 \cdot 3} = \frac{5}{-5} = -1$$

varför vi direkt ser att

$$u + v = \frac{3\pi}{4} + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$$

(varför?). Men eftersom både u och v ligger mellan 0° och 90° , så måste summan $u + v$ ligga mellan 0° och 180° . Därför måste $n = 0$ och vi har

$$u + v = \frac{3\pi}{4}.$$

¹ $\tan(u + v) = \frac{\sin(u+v)}{\cos(u+v)} = \frac{\sin u \cos v + \cos u \sin v}{\cos u \cos v - \sin u \sin v} = [\text{Förkorta med } \cos u \cos v] = \frac{\tan u + \tan v}{1 - \tan u \tan v}$.