

## Uppgift B4.37b

Vi skall bestämma antalet skilda reella rötter till  $e^{-x} = kx$ . Tricket är att skriva ekvationen

$$y(x) = \frac{e^{-x}}{x} = k$$

och sedan derivera:

$$y'(x) = e^{-x}(-x^{-2}) - e^{-x} x^{-1} = -\frac{e^{-x}(x+1)}{x^2}$$

så att  $y'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ . För  $x < -1$  växer  $y(x)$ , och för  $x > -1$  avtar  $y(x)$ . Sålunda är  $x = -1$  ett lokalt maximum, och här är  $y(-1) = -e$ . Dessutom går  $y(x) \rightarrow 0$  då  $x \rightarrow \infty$  och  $y(x) \rightarrow -\infty$  då  $x \rightarrow -\infty$ . Slutligen noterar vi att  $y(x) \rightarrow \pm\infty$  då  $x \rightarrow 0^\pm$ . Du kan nu skissa grafen (se nästa sida).

Tydligen:

- Om  $k < -e$ : två rötter.
- Om  $k = -e$ : en rot.
- Om  $k \in ]-e, 0]$ : ingen rot.
- Om  $k > 0$ : en rot.

