

Uppgift G3bII

Vi undersöker den generaliserade integralen

$$I := \int_1^{\infty} \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx.$$

Vi betraktar därför

$$\begin{aligned} I_b := \int_1^b \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx &= [2 \ln x - \ln(x+1)]_1^b = 2 \ln b - \ln(b+1) - 2 \ln 1 + \ln 2 = \\ &= 2 \ln b - \ln(b+1) + \ln 2 = \\ &= \ln b^2 - \ln(b+1) + \ln 2 = \\ &= \ln \frac{b^2}{b+1} + \ln 2 = \\ &= \ln \frac{b}{1 + \frac{1}{b}} + \ln 2 \rightarrow \infty \end{aligned}$$

då $b \rightarrow \infty$ eftersom $\frac{b}{1 + \frac{1}{b}} \rightarrow \infty$. Därför är I divergent.