

### Uppgift 6.40b

Vi skall beräkna massan av ett halvklot  $D$  med radien  $R > 0$  där densiteten är proportionell mot avståndet till motsvarande hela klots mittpunkt.

*Lösning:* Inför sfäriska koordinater så att halvklotet är rätblocket  $E := [0, R] \times [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, 2\pi[$  i  $(r, \theta, \varphi)$ -rummet. Låt densiteten i punkten  $(r, \theta, \varphi)$  vara  $\rho(r, \theta, \varphi) = kr$ . Då är massan

$$\begin{aligned} M &= \iiint_D dM = \iiint_D \rho dV = \iiint_E kr r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi = k \int_0^R r^3 dr \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \\ &= k \cdot \frac{1}{4} R^4 \cdot 1 \cdot 2\pi = \frac{kR^4\pi}{2}. \end{aligned}$$