

### Uppgift 1.63

Vi skall visa att om  $z, w \in \mathbb{C}$  så är

$$|zw| = |z||w|.$$

Låt

$$z = a + bi$$

och

$$w = c + di.$$

Då är

$$\begin{aligned} |zw| &= |(a + bi)(c + di)| = |ac + adi + bci - bd| = |ac - bd + (ad + bc)i| \\ &= \sqrt{(ac - bd)^2 + (ad + bc)^2} = \sqrt{a^2c^2 - 2abcd + b^2d^2 + a^2d^2 + 2abcd + b^2c^2} \\ &= \sqrt{a^2c^2 + b^2d^2 + a^2d^2 + b^2c^2}. \end{aligned}$$

Å andra sidan är

$$|z||w| = |a + bi||c + di| = \sqrt{a^2 + b^2}\sqrt{c^2 + d^2} = \sqrt{a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2} = |zw|.$$

Således är påståendet bevisat. ■